

**Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной
и методической работе

_____ Е.А. Каменева

25.04.2023 г.

Д.И. Коровин

М.А. Азарова

Основы математического моделирования

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
09.03.03 - Прикладная информатика,
ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №31 от 18.04.2023г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного
Департамента анализа данных и машинного обучения
(протокол №2 от 29.03.2023г.)*

Москва 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	2
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.....	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	3
5.1. Содержание дисциплины	3
5.2. Учебно–тематический план	5
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	8
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	10
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	10
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю... ..	11
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	13
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	19
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	20
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .	21
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	23
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	23

1. Наименование дисциплины

«Основы математического моделирования».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКН-1	Способность применять общенаучные, инженерные знания, математические методы в сфере ИТ	Демонстрирует знания о современных естественнонаучных концепциях, инженерных подходах, методах математического анализа и моделирования.	Знать методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, основы теории множеств и дискретной математики Уметь применять методы и приемы решения задач математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории множеств и дискретной математики
		Применяет знания для теоретического и экспериментального исследования в сфере разработки программного обеспечения.	Знать основы программирования Уметь программировать основные вычислительные алгоритмы в сфере математического анализа.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы математического моделирования» относится к Циклу профиля (элективный) по направлению подготовки 09.03.03 - Прикладная информатика, ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах».

4. Объём дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

очная / очно-заочная / заочная (ИОО) формы обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 7/8/8 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3/108	108
Контактная работа – Аудиторные занятия	50/34/12	50/34/12
<i>Лекции</i>	<i>16/16/4</i>	<i>16/16/4</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>34/18/8</i>	<i>34/18/8</i>
Самостоятельная работа	58/74/96	58/74/96
Вид текущего контроля	контрольная работа	контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	экзамен	экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

1. Введение в математическое моделирование. Общая постановка задачи моделирования. Понятие модели. Классификация. Примеры. Финансовая математика.

2. Введение в математическое программирование. Постановка задачи математического программирования. Классификация задач математического программирования. Постановка задачи линейного программирования. Геометрия задачи ЛП. Выпуклая многогранная область в R^n . Теорема о достижимости оптимального решения задачи ЛП в угловой точке (в случае ограниченности целевой функции). Строение множества оптимальных решений. Задача Марковица.

- 3. Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования.** Примеры приложений. Графический метод решения задач ЛП при малом числе неизвестных. Симплекс-метод решения задачи ЛП общего вида. Транспортная задача. Задачи целочисленного программирования (дискретное программирование) Постановка задачи целочисленного программирования. Примеры (задача о назначениях, о коммивояжере и т.п.). Метод ветвей и границ. Метод Гомори решения задач целочисленного программирования. Примеры задач с экономическим содержанием. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана.
- 4. Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.** Общая постановка многокритериальной оптимизации. Парето-эффективная граница. Методы решения многокритериальной оптимизации. Метод идеальной точки. Метод обобщенного критерия, метод приоритетов. Постановка задачи выпуклого программирования. Необходимые условия оптимальности (условия Куна-Таккера). Достаточные условия. Задача квадратичного программирования с выпуклой целевой функцией. Теория множителей Лагранжа и теорема Куна-Таккера. Постановка задачи вариационного исчисления.
- 5. Задачи оптимального управления.** Задача Больца, изопериметрическая задача, пример задачи оптимального управления с применением принципа Понтрягина
- 6. Вероятностные подходы в моделировании.** Примеры. Идеология учета риска. Учет неопределенности. Задачи систем массового обслуживания. Марковское правило. Задачи случайного блуждания.
- 7. Метод Монте-Карло.** Имитационное моделирование. Идея, назначение и область применимости метода. Принятие решений. Примеры моделей реальных систем.

8. Моделирование методами теории графов. Примеры. Применение в сетевом планировании. Когнитивные графы. Применение в марковском моделировании. Задачи кодирования и автоматные функции.

9. Компьютерное моделирование. Примеры моделирования. Прimitивные примеры электронных таблицах. Понятие дискретно-событийного, агентного и системного моделирования.

10. Классические модели экономики. Развитие математического моделирования. Модель Леонтьева. Модель Солоу. Основные сведения об эконометрических моделях. Понятие моделей искусственного интеллекта. Нейросетевое моделирование, нечетко-логическое. Объяснение актуальности применения методов машинного обучения.

5.2. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемо- сти
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самосто- ятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практиче- ские занятия		
1.	Введение в математическое моделирова- ние.	7	3	1	2	4	Участие в решении за- дач на прак- тических за- нятиях. Со- беседования по домаш- ним зада- ниям.
2.	Введение в математиче- ское программирова- ние.	7	3	1	2	4	
3.	Методы решения задач линейного, дискрет- ного и динамического программирования .	7	3	1	2	4	
4.	Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	7	3	1	2	4	
5.	Задачи оптимального управления.	8	4	2	2	4	Участие в

6.	Вероятностные подходы в моделировании.	11	6	2	4	5	решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
7.	Метод Монте-Карло.	14	8	2	6	6	
8.	Моделирование методами теории графов.	11	4	2	2	7	
9.	Компьютерное моделирование.	22	10	2	8	12	
10.	Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	14	6	2	4	8	
	В целом по дисциплине	108	50	16	34	58	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		46	32	68	54	

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемо- сти
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самосто- ятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практиче- ские занятия		
1.	Введение в математи- ческое моделирова- ние.	8	2	1	1	6	Участие в решении за- дач на прак- тических за- нятиях. Со- беседования по домаш- ним зада- ниям.
2.	Введение в математиче- ское программирова- ние.	8	2	1	1	6	
3.	Методы решения задач линейного, дискрет- ного и динамического программирования .	9	3	1	2	6	
4.	Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	8	2	1	1	6	
5.	Задачи оптимального управления.	10	4	2	2	6	Участие в решении за- дач на прак- тических за-
6.	Вероятностные подходы в моделировании.	12	4	2	2	8	

7.	Метод Монте-Карло.	10	4	2	2	6	нениях. Собеседования по домашним заданиям.
8.	Моделирование методами теории графов.	12	4	2	2	8	
9.	Компьютерное моделирование.	19	5	2	3	14	
10.	Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	12	4	2	2	8	
	В целом по дисциплине	108	34	16	18	74	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		31	47	53	69	

Заочная форма обучения (ИОО)

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемо- сти
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самосто- ятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практиче- ские занятия		
1.	Введение в математи- ческое моделирова- ние.	8,75	0,75	0,25	0,5	8	Участие в решении за- дач на прак- тических за- нятиях. Со- беседования по домаш- ним зада- ниям.
2.	Введение в математиче- ское программирова- ние.	8,75	0,75	0,25	0,5	8	
3.	Методы решения задач линейного, дискрет- ного и динамического программирования .	8,75	0,75	0,25	0,5	8	
4.	Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	9,25	1,25	0,25	1	8	
5.	Задачи оптимального управления.	11,5	1,5	0,5	1	10	Участие в решении за- дач на прак- тических за-
6.	Вероятностные подходы в моделировании.	9,5	1,5	0,5	1	8	
7.	Метод Монте-Карло.	11	1	0,5	0,5	10	
8.	Моделирование	11,5	1,5	0,5	1	10	

	методами теории графов.						нениях. Собеседования по домашним заданиям.
9.	Компьютерное моделирование.	17,5	1,5	0,5	1	16	
10.	Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	11,5	1,5	0,5	1	10	
	В целом по дисциплине	108	12	4	8	96	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		11	33	67	89	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
ТЕМА 1. Введение в математическое моделирование.	Общая постановка задачи моделирования. Понятие модели. Классификация. Примеры. Финансовая математика <i>Рекомендуемые источники: 8, [1], [2]</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
ТЕМА 2. Введение в математическое программирование.	Постановка задачи математического программирования. Классификация задач математического программирования. Постановка задачи линейного программирования. Геометрия задачи ЛП. Выпуклая многогранная область в R^n . Теорема о достижимости оптимального решения задачи ЛП в угловой точке (в случае ограниченности целевой функции). Строение множества оптимальных решений. Задача Марковица <i>Рекомендуемые источники: 8, [2], [3] 9, [5], [6]</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
ТЕМА 3. Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования.	Примеры приложений. Графический метод решения задач ЛП при малом числе неизвестных. Симплекс-метод решения задачи ЛП общего вида. Транспортная задача. Задачи целочисленного программирования (дискретное программирование) Постановка задачи целочисленного программирования. Примеры (задача о назначениях, о коммивояжере и т.п.). Метод ветвей и границ. Метод Го-	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок

	<p>мори решения задач целочисленного программирования. Примеры задач с экономическим содержанием. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 8, [2], [3], [4]; 9 [5], [6]</p>	
<p>ТЕМА 4.</p> <p>Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.</p>	<p>Общая постановка многокритериальной оптимизации. Парето-эффективная граница. Методы решения многокритериальной оптимизации. Метод идеальной точки. Метод обобщенного критерия, метод приоритетов. Постановка задачи выпуклого программирования. Необходимые условия оптимальности (условия Куна-Таккера). Достаточные условия. Задача квадратичного программирования с выпуклой целевой функцией. Теория множителей Лагранжа и теорема Куна-Таккера.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 8, [2], [3], [4]; 9 [5], [6]</p>	<p>Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок</p>
<p>ТЕМА 5.</p> <p>Задачи оптимального управления.</p>	<p>Задача Больца, изопериметрическая задача, пример задачи оптимального управления с применением принципа Понтрягина</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 9, [6], [7]</p>	<p>Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок</p>
<p>ТЕМА 6.</p> <p>Вероятностные подходы в моделировании.</p>	<p>Идеология учета риска. Учет неопределенности. Задачи систем массового обслуживания. Марковское правило. Задачи случайного блуждания.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 8, [1], [6]</p>	<p>Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок</p>
<p>ТЕМА 7.</p> <p>Метод Монте-Карло.</p>	<p>Имитационное моделирование. Идея, назначение и область применимости метода. Принятие решений. Примеры моделей реальных систем.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 8, [1]</p>	<p>Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок</p>
<p>ТЕМА 8.</p> <p>Моделирование методами теории графов.</p>	<p>Примеры. Применение в сетевом планировании. Когнитивные графы. Применение в марковском моделировании. Задачи кодирования и автоматные функции.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 8, [1], 9 [8]</p>	<p>Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок</p>
<p>ТЕМА 9.</p> <p>Компьютерное моделирование.</p>	<p>Примеры моделирования. Примитивные примеры электронных таблиц. Понятие дискретно-событийного, агентного и системного моделирования.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 8, [1]</p>	<p>Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок</p>
<p>ТЕМА 10.</p> <p>Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.</p>	<p>Основные сведения об эконометрических моделях. Понятие моделей искусственного интеллекта. Нейросетевое моделирование, нечетко-логическое. Объяснение актуальности применения методов машинного обучения.</p> <p><i>Рекомендуемые источники:</i> 8, [1], 9, [5], [6]</p>	<p>Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок</p>

6. Перечень учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
ТЕМА 1. Введение в математическое моделирование.	Финансовая математика	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 2. Введение в математическое программирование.	Задача Марковица	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 3. Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования.	Симплекс-метод решения задачи ЛП общего вида. Примеры задач с экономическим содержанием.	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 4. Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	Парето-эффективная граница. Методы решения многокритериальной оптимизации. Метод идеальной точки. Метод обобщенного критерия, метод приоритетов.	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 5. Задачи оптимального управления.	Задача оптимального управления в модели Солоу	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 6. Вероятностные подходы в моделировании.	Задачи систем массового обслуживания.	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 7. Метод Монте-Карло.	Примеры моделей реальных систем.	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 8. Моделирование методами теории графов.	Задачи кодирования и автоматные функции.	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену
ТЕМА 9. Компьютерное моделирование.	Примеры моделирования.	Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену

ТЕМА 10. Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	Основные сведения об эконометрических моделях.	Решение типовых задач. Выполнение домашних за- даний к каждому занятию. Подготовка к экзамену
---	---	--

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные задания контрольной работы

1. Пусть $C(q) = 2q^3 - 376q^2 + 4100q + 2000$ – функция полных затрат на производство q единиц товара, $R(q) = 500q - q^2$ – функция дохода от продажи. Найти максимум прибыли.

2. В каком отношении распределится бремя дополнительного налога между потребителем и производителем, если $D(p) = \frac{15}{p}$, $S(p) = p - 2$, а величина дополнительного налога мала по сравнению с равновесной ценой?

3. Пусть $R(q) = 47q - 5q^2$ – доход (выручка) от продажи, а $C(q) = q^2 - 13q + 14$ – затраты на выпуск продукта в зависимости от количества q . Найти величину дополнительного налога t на каждую единицу продукта, чтобы налог $T = tq$ от всей реализуемой продукции был максимальным, и весь налоговый сбор. Как уменьшится количество выпускаемой продукции?

4. Для товаров X_1 и X_2 известны функции спроса: $q_1 = 54 - p_1$, $q_2 = 35 - \frac{1}{2}p_2$. Фирма-монополист имеет функцию издержек $C = 2q_1^2 + 6q_1q_2 + 3q_2^2 + 4$. Вычислите максимальную прибыль фирмы в этих условиях и найдите соответствующий производственный план.

5. Для функции полезности $U(x, y) = 7x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$ выяснить, являются ли наборы товаров а) $(8, 27)$, б) $(6, 7)$, самыми полезными из всех наборов, имеющих равную с ними стоимость, если $p_1 = 21$; $p_2 = 36$.

6. Для функции полезности Кобба–Дугласа $U(x_1, x_2) = 3x_1^{\frac{1}{3}}x_2^{\frac{2}{3}}$ проверьте, будут ли наборы товаров: а) $(2, 5)$, б) $(7, 10)$ самыми дешевыми среди всех наборов, имеющих равные с ними уровни полезности, если стоимости этих товаров составляют $p_1 = 40$; $p_2 = 56$.

7. Фирма, производящая продукцию на двух заводах, решила выпускать в месяц не менее 180 ед. продукции при наименьших суммарных затратах. Сколько продукции ежемесячно целесообразно выпускать на каждом заводе, если затраты на выпуск x единиц продукции в месяц на первом заводе равны $C_1(x) = x + \frac{1}{20}x^2$, а на втором заводе $C_2(x) = x + \frac{1}{40}x^2$?

8. Найти компромиссное решение задачи методом идеальной точки.

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq 18, \\ x_1 \leq 16, x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array} \right.$$

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПKN-1 Способность применять обще-научные, общеинженерные знания, математические методы в сфере ИТ	Демонстрирует знания о со-временных естественнонаучных концепциях, общеинженерных подходах, методах математического анализа и моделирования.	Знать методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, основы теории множеств и дискретной математики Уметь применять методы и приемы решения задач математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории множеств и дискретной математики	Задание 1. Решить задачу целочисленного программирования с целевой функцией $z = 5x + 9y + 3 \rightarrow \max$ и ограничениями: $\begin{cases} y - x - 3 \leq 0, \\ y + x - 14 \leq 0, \\ x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$ <p>а) графическим способом; б) методом Гомори;</p> <p>дать геометрическую интерпретацию введения дополнительного ограничения.</p> <p>Задание 2. Для функции полезности $U(x_1, x_2) = (x_1 - 10)^{\frac{5}{7}}(x_2 - 15)^{\frac{1}{3}}$ и при бюджете $I = 1853$</p>

			найдите оптимальное потребление, если известны цены на блага: $p_1 = 13, p_2 = 10$.
	Применяет знания для теоретического и экспериментального исследования в сфере разработки программного обеспечения.	Знать основы программирования. Уметь программировать основные вычислительные алгоритмы в сфере математического анализа.	Задание 1. Дан сетевой график. Найти критический путь. Задание 2. Дана функция $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$. Найти площадь под кривой, используя метод Монте-Карло.

Примерные задания для подготовки к экзамену

1. Найти Парето-оптимальную границу задачи

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1 \leq 11, x_2 \leq 14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array} \right.$$

2. Планируется работа двух предприятий на 3 года. Начальные ресурсы равны $s_0 = 10000$. Средства x , вложенные в 1-е предприятие в начале года, дают в конце года прибыль $f_1(x) = 0,3x$, и возвращаются в размере $\varphi_1(x) = 0,3x$. Средства y , вложенные в 2-е предприятие в начале года, дают в конце года прибыль $f_2(y) = 0,2y$ и возвращаются в размере $\varphi_2(y) = 0,5y$. В конце года возвращенные средства заново перераспределяются между отраслями. Определить оптимальный план распределения средств и найти максимальную прибыль.

3. Пусть функция спроса имеет вид $D(p)=12-3p$, а функция предложения равна $S(p)=4+p$. Найти эластичность спроса в точке рыночного равновесия. Эластичен ли спрос в этой точке?

4. Пусть $R(q)=84q-2q^2$ – доход (выручка) от продажи, а $C(q)=q^2-6q+24$ – затраты на выпуск продукта в зависимости от количества q . Найти максимум прибыли и количество выпускаемой продукции.

$$f = -3x_4 - 6x_5 + 2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_4 + x_5 = 6, \\ x_2 - x_4 + x_5 = 10, \\ x_3 + x_4 - x_5 = 18, \\ \bar{x} \geq 0. \end{cases}$$

5. Для задачи а) составить двойственную задачу; б) решить исходную задачу симплекс-методом и в) найти решение двойственной задачи.

$$f = 5x_1 + 4x_2 + 2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 5x_2 \geq -4, \\ 3x_1 - 8x_2 \leq -13, \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 42, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6. Задача линейного программирования имеет решение $f_{\min} = 15$, $X_{\min} = (1; 2)$. Составьте двойственную задачу и найдите ее решение, используя теоремы двойственности.

7. Пусть в транспортной задаче перевозки от A_1 к B_2 и от A_3 к B_3 временно запрещены. Найти оптимальный план и стоимость перевозок

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2		4	6	120
A_2	4	5	6	8	80
A_3	2	6	3	1	60
	100	70	70	20	

8. Решить задачу целочисленного программирования с целевой

$$\text{функцией } z = 5x + 9y + 3 \rightarrow \max \text{ и ограничениями: } \begin{cases} y - x - 3 \leq 0, \\ y + x - 14 \leq 0, \\ x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases} .$$

- а) графическим способом;
- б) методом Гомори;
- в) дать геометрическую интерпретацию введения дополнительного ограничения.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие математического моделирования. Классификация.
2. Задача оптимизации. Постановка задач математического и линейного программирования. Примеры задач оптимизации с экономическим содержанием.
3. Производственная функция. Однофакторные и многофакторные производственные функции. Примеры производственных функций.
4. Виды производственных функций. Изокванты. Примеры.
5. Функции полезности. Линии безразличия. Примеры. Оптимальный набор товаров при заданном бюджетном множестве.
6. Функция полезности и предельная полезность. Изоклина.
7. Финансовые функции (основы финансовой математики)
8. Задача Леонтьева.
9. Задача линейного программирования, целевая функция, допустимое множество задачи, оптимальное решение, оптимальное множество.
10. Постановка транспортной задачи как задачи линейного программирования. Закрытая и открытая модель транспортной задачи. Приведите примеры.
11. Постановка задачи целочисленного программирования. Примеры

задач с экономическим содержанием.

12. Метод Гомори решения задачи целочисленного программирования.

13. Постановка задачи выпуклого программирования.

14. Задача квадратичного программирования с выпуклой целевой функцией.

15. Метод динамического программирования.

16. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана.

17. Постановка задачи многокритериальной оптимизации.

18. Задачи оптимального управления.

19. Примеры вероятностных подходов в моделировании.

20. Задачи СМО.

21. Моделирование методами теории графов. Когнитивные графы

22. Моделирование методами теории графов. Применение в сетевом планировании.

23. Имитационное моделирование. Метод Монте-Карло

24. Компьютерное моделирование. Понятие дискретно-событийного моделирования.

25. Компьютерное моделирование. Понятие агентного моделирования.

26. Компьютерное моделирование. Понятие системного моделирования.

27. Основные сведения об эконометрических моделях

28. Понятие моделей искусственного интеллекта. Нейросетевое моделирование

29. Понятие моделей искусственного интеллекта. Нечетко-логическое моделирование

30. Объяснение актуальности применения методов машинного обучения.

Пример экзаменационного билета

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

Департамент анализа данных и машинного обучения Факультета информационных технологий и анализа больших данных

Дисциплина: Основы математического моделирования

Форма обучения:

Направление подготовки: 09.03.03 – Прикладная информатика

Профиль: Прикладные информационные системы в экономике и финансах

Семестр: _____

Учебный 20__ / 20_ год

Экзаменационный билет №

Задание 1 (10 баллов) Для товаров x_1 и x_2 известны функции спроса $q_1 = 18 - p_2$ и $q_2 = 17 - p_2$, где p_1 и p_2 – цена единицы товара x_1 и x_2 соответственно. Фирма-монополист имеет функцию издержек $C = 3q_1^2 + 5q_1q_2 + 2q_2^2 + 2$. Вычислить максимальную прибыль фирмы в этих условиях и найдите соответствующий производственный план.

Задание 2 (10 баллов)

Решить задачу целочисленного программирования методом Гомори

$$\begin{cases} z = 3x + 8y + 5 \rightarrow \max \\ y - x - 6 \leq 0, \\ x + y - 17 \leq 0 \\ x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Задание 3 (10 баллов)

Найти компромиссное решение многокритериальной задачи методом идеальной точки

$$\begin{cases} f_1 = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq 18, \\ x_1 \leq 6, x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задание 4 (10 баллов)

Планируется работа двух предприятий на 3 года. Начальные ресурсы равны $s_0 = 15000$. Средства x вложенные в 1-е предприятие в начале года, дают в конце года прибыль $f_1(x) = 0,7x$, и возвращаются в размере $\varphi_1(x) = 0,4x$. Средства y , вложенные в 2-е предприятие в начале года, дают в конце года прибыль $f_2(y) = 0,5y$ и возвращаются в размере $\varphi_2(y) = 0,4y$. В конце года возвращенные средства заново перераспределяются между отраслями. Определить оптимальный план распределения средств и найти максимальную прибыль.

Задание 5 (10 баллов)

Найдите объемы ресурсов K и L , при которых затраты на производство не менее 80 единиц продукции минимальны, если производственная функция Кобба–Дугласа

$$Q(K, L) = K^{3/4} L^{1/4}, \text{ а цены на ресурсы } p_K = 7, p_L = 5.$$

Задание 6 (10 баллов)

Производственная функция. Однофакторные и многофакторные производственные функции. Примеры производственных функций.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная:

1. Сосновиков, Г. К. Компьютерное моделирование. Практикум по имитационному моделированию в среде GPSS World: учебное пособие / Г. К. Сосновиков, Л. А. Воробейчиков. – Москва : Издательство "ФОРУМ", 2020. - 112 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). - ЭБС ZNANIUM.com. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1049590> (дата обращения: 14.06.2023). - Текст : электронный.

2. Математика в экономике. Ч.1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебник для студ. экономич. спец. вузов / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов [и др.]. – Москва : Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2003, 2005, 2006, 2007, 2011. - 384 с. – Текст : непосредственный. - То же. - URL: <http://lpvserver190/fulltext/Book/TRUDY%20FA/Mathematics1.pdf> (дата обращения: 14.06.2023). - Текст : электронный.

б) дополнительная:

3. Методы оптимальных решений в экономике и финансах : учебник / И. А. Александрова [и др.]; под ред. В. М. Гончаренко, В. Ю. Попова. – Москва : Кнорус, 2016, 2017. - 400 с. – (Бакалавриат). – Текст : непосредственный. - То же. - 2017. – ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://www.book.ru/book/927791> (дата обращения: 14.06.2023). - Текст : электронный.

4. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Бух. учет, анализ и аудит", "Финансы и кредит", "Налоги и налогообложение" и "Мировая экономика" / С. В. Пчелинцев [и др.]; под ред. В. А. Бабайцева, В. Б. Гисина. – Москва : Финансы и статистика, 2013, 2017. - 256 с. - Текст : непосредственный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации <http://portal.ufrf.ru/>.

2. Сайт Департамента анализа данных и машинного обучения Факультета информационных технологий и анализа больших данных.

3. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>

4. Электронно-библиотечная система BOOK.RU
<http://www.book.ru>
5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
6. Электронно-библиотечная система Znanium
<http://www.znanium.com>
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»
<https://www.biblio-online.ru/>
8. Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
<https://e.lanbook.com/>
9. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.пф/.ru>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит календарно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным пособиям и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций следует конспектировать содержание лекции. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, оформить конспект. При оформлении целесообразно выделять специальным образом названия тем и формулировки вопросов, основные определения, формулировки теорем и примеры. Сделанные записи нужно сверить с учебниками и учебными пособиями и в случае расхождений проконсультироваться с преподавателем.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить или, если это требуется, изучить соответствующий теоретический материал. Во время занятия нужно точно записывать формулировки решаемых задач, вопросы, указания преподавателя к решению и разбираемые решения. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю. Практические занятия проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность студентов, направленную на решение предложенных задач, и в поиске ответов на вопросы. Не следует бояться дать неверный ответ или допустить иную ошибку: исправление и анализ ошибок в режиме общения с преподавателем и сокурсниками в ходе практического занятия способствуют освоению учебного материала и предупреждают появление ошибок в дальнейшем.

На практических занятиях используется проблемно-деятельностный подход для решения практических задач. Сущность проблемно-деятельностного обучения заключается в том, что в процессе учебных занятий создаются специальные условия, в которых обучающийся, опираясь на приобретенные знания, мысленно и практически действует в целях поиска и обоснования наиболее оптимальных вариантов ее решения. Создается проблемная задача, студенты знакомятся с задачей, анализируют ее, выделяют лежащее в ее основе противоречие, создают и обосновывают модель своих возможных действий по разрешению проблемной ситуации, пробуют разрешить возникшую проблему на основе имеющихся у них знаний, выстраивают модель своих действий по ее решению.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в матери-

але лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий - важный фактор освоения дисциплины.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

- 1.Пакет офисных программ
- 2.Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

- 1.Информационно-правовая система «Консультант Плюс»;
- 2.Информационно-правовая система «Гарант»;
- 3.Электронная энциклопедия: <http://ru.wikidia.org/wiki/Wiki>
- 4.Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» -
<http://www.skrin.ru>
- 5.Эконометрический пакет R и интерфейс RStudio или другие системы компьютерной математики (например, MAXIMA или Wolfram A).
6. Anylogic.

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации – не предусмотрено.

12. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Требуется доступ в компьютерный класс для выполнения семинарских заданий и для самостоятельной работы.